

# 风险规避型全渠道零售商多周期 产品组合与库存联合优化

牟玉霞, 关志民\*, 赵莹, 邱若臻

(东北大学工商管理学院, 辽宁沈阳 110169)

**摘要:** 基于多项式 Logit (multinomial logit, MNL) 选择模型, 本文研究风险规避型全渠道零售商多周期产品组合与库存联合优化问题, 建立了具有服务水平约束的多周期随机优化模型并提出相应的求解方法, 通过数值算例验证了所构建模型和求解方法的有效性。研究表明, 基于均值-CVaR 的随机优化模型, 能够使全渠道零售商更好地权衡利润与风险, 并且使利润表现出更好的鲁棒性, 进而满足零售商的风险规避需求。针对全渠道零售商实体店容量约束以及履单中心容量约束, 零售商的相关决策会随着约束的改变而变化。两种渠道的存在在保证产品多样性方面具有一定优势。通过探究消费者的选择行为发现, 当消费者群的考虑集完全不重叠时产品被选率是最高的。采用混合订单履行策略优于单一履行策略, 且有助于实现产品的多样化, 保证产品组合决策的稳定性与灵活性。

**关键词:** 全渠道零售; MNL 模型; 产品组合; 订单履行; 随机优化

**中图分类号:** F224 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-6062(2023)06-0212-015

**DOI:** 10.13587/j.cnki.jieem.2023.06.018

## 0 引言

随着移动互联网和智能手机的快速普及, 电子商务得以迅速崛起, 给传统实体零售业态带来了颠覆性的挑战。实体零售的生存举步维艰, 以沃尔玛、永辉超市为代表的实体零售巨头纷纷出现了关店潮, 业内出现“实体零售已死”的悲叹。与此同时, 大量的电商企业开始拓展线下市场, 抢占线下零售市场的份额。相比之下, 电商企业能够掌握更多的消费者需求信息, 而实体零售企业难以及时地掌握消费者需求, 因此, 在与电商企业的竞争中处于弱势地位。虽然实体零售受到了线上零售的冲击, 但目前线上零售的发展也遇到了瓶颈。近几年, 国内电商企业销售额增速明显减缓, 据国家统计局最新数据显示, 2020 年中国网络销售同比增长 10.9%, 而 2019 年的同比增长为 19.5%, 线上零售增速放缓, 价格战、公关战泛滥, 互联网流量的红利逐渐缩减<sup>[1]</sup>。因此, 传统商超与网络零售开启了新一轮的自我升级与革新, 线上线下高度融合成为了零售业发展的新趋势。众多知名品牌正在加快线上线下的联动发展, 推动布局全渠道运营的步伐, 如大润发、Corum 等不仅开设线上直销商店, 而且还与各大平台建立合作关系, 小米、三只松鼠、完美日记等线上商店也纷纷布局线下门店, 不仅丰富了消费者的购物场景, 而且升级了消费者购物体验。全渠道特征的加入为零售商的供应链管理带来了新的机遇与挑战, 零售商必须在考虑消费者购买行为基础上重塑渠道结构, 做出更合理的战略与运营决策。与此同时, 这也为零售供应链管理领域的研究创造了更多的机会。

在全渠道零售实践中, 零售商面临着影响其盈利能力和

竞争力的一系列复杂决策。其中最重要的是产品组合决策。实际上, 由于没有货架空间的限制, 相较于实体店, 线上渠道可以提供更多品类的商品, 从而增加销售额。然而, 在线上渠道提供的产品将会同时影响到线上和线下两个渠道的需求。是否应在线下实体店中展示某种产品取决于许多其他因素, 例如, 给定的产品是否可以产生较高的利润率, 占用的货架空间大小, 消费者的渠道和购买偏好, 产品的存储成本, 以及产品之间竞争有限的货架空间等。研究多渠道产品组合决策的文献相对较少, Shao<sup>[2]</sup>研究了垂直差异化产品的选择决策, 并探讨了线上和线下渠道中的产品组合与价格如何共同影响消费者的需求。Geunes 和 Su<sup>[3]</sup>在需求不确定环境下基于消费者选择模型研究了双渠道零售商的产品组合优化与价格联合优化问题, 并揭示了线上和线下渠道提供的不同产品组合对零售商利润的影响机制。Li 等<sup>[4]</sup>在全渠道背景下, 研究了何种产品组合优化策略对零售商来说更有利可图, 研究结果表明, 不同产品组合策略的盈利能力与消费者的展厅行为密切相关。郎晓等<sup>[5]</sup>基于不同消费者导向类型研究了电商的多渠道决策问题, 得出了双渠道产品组合最优决策, 并得到零售商进入线上渠道的条件。另外, 在全渠道背景下, 产品组合与库存决策密切相关。较大规模的产品组合会导致每种产品订货量降低, 而较小规模的产品组合虽然能使每种产品的订货量增加, 但不能满足消费者多样化的需求, 进而导致需求损失。产品组合与库存决策作为影响零售商运营绩效重要决策问题, 单独考虑势必会导致零售商产生次优利润, 因此, 有必要将这两项内容进行集成优化, 以提高零售商的盈利能力<sup>[6]</sup>。现有研究大多关注单渠道背景下的

**收稿日期:** 2021-07-18

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目 (70972100, 71372186)

**\* 通讯作者:** 关志民 (1957—), 男, 辽宁开原人; 东北大学工商管理学院教授、博士生导师; 研究方向: 物流与供应链管理。

产品组合与库存联合优化问题,例如,文献[7][8],然而,较少研究关注全渠道背景下的产品组合与库存联合优化问题。

制定合适的订单履行策略是全渠道转型的重要战略决策。全渠道零售能够将网络商店和线下实体店的优势结合起来,实现跨渠道交互,从而使消费者能够获得无缝的购物体验。在以往的双渠道运营中,线上与线下渠道的库存不能共享,线上需求往往由履单中心(fulfillment center, FC)来满足。“由实体店配送”(ship-from-store, SFS)作为一种全渠道的履单模式,它允许零售商从就近的实体店而不是履单中心来满足线上订单。He等<sup>[9]</sup>、Difrancesco等<sup>[10]</sup>在全渠道背景下,研究了“由实体店配送”策略对零售商运营绩效产生的影响。此外,由供应商负责的“代发”模式(drop-shipping, DS)作为一种订单履行的重要方式,已经在实践中得到广泛应用<sup>[11]</sup>。从零售商的角度来看,Randall等<sup>[12]</sup>以及Ma等<sup>[13]</sup>通过研究表明,采用“代发”模式履行线上订单能够有效降低成本,同时将库存和订单履行风险转移到其上游供应商。实际上,零售商的订单履行策略会对消费者的满意度以及全渠道零售商的相关运营决策产生重要影响,不同的订单履行策略会影响零售商库存分配以及从供应端到消费端的产品流动。因此,在全渠道背景下,探讨不同订单履行策略对全渠道运营决策的影响,并选择出最合适的订单履行方式成为零售商亟须考虑的重要研究问题。

随着顾客需求的多样化和个性化,全渠道零售系统变得越来越复杂,不仅受到产品本身(如产品生命周期缩短、更新速度加快等)和系统内部(如需求和价格波动)等不确定性因素的影响,而且还面临外部环境(如社会、经济、政治、自然灾害等)变化造成的风险,从而使整个网络系统处于高度不确定中。此外,Covid-19的蔓延使得一些季节性产品市场需求波动幅度增大,给相关企业带来了巨大的经营风险。因此,在全渠道零售背景下,为消除需求不确定性带来的风险,风险规避型零售企业有必要选择合适的确定优化方法对风险进行测度。国内外学者大多采用情景分析、期望值法、均值-方差法、条件风险值(conditional value-at-risk, CVaR)等方法来度量需求分布信息已知情况下的不确定风险<sup>[14-15]</sup>。由于CVaR方法满足风险测度所要求的单调性、次可加性,广受学者关注。但CVaR仅关注下行风险,从而导致决策目标过于保守。基于此,部分学者进一步采用均值-CVaR准则来刻画决策目标。例如,邱若臻等<sup>[16]</sup>、Ma等<sup>[17]</sup>将均值-CVaR模型应用到供应链网络优化问题中。

通过对现有研究成果的总结发现,虽然部分学者已经在双渠道或者多渠道零售背景下探讨了与收益管理相关的产品组合决策问题,但迄今为止,对全渠道背景下的产品组合与库存联合优化问题进行研究的文献相对较少,并且已有文献未能对全渠道背景下的订单履行策略进行全面的考察和研究。另外,相关研究忽视了决策者的行为偏好。在运作决策中,决策者的行为偏好往往会受到各种心理因素的影响。Su等<sup>[18]</sup>和Chen等<sup>[19]</sup>分别在对报童模型和订单分配问题进行研究中发现,实际决策结果与传统模型的计算结果存在明显偏差。然而,在目前的相关研究中,未有文献深入探讨行为因素对全渠道背景下零售供应链联合优化决策的影响。

基于此,本文以不确定需求环境下全渠道零售商为研究对象,探讨当决策者具有风险规避行为时,如何做出产品组合与库存的联合决策,以确保零售商总利润不确定性风险最小化。首先,根据MNL选择模型描述消费者的选择过程,进而构建全渠道需求模型;然后,建立基础模型,并利用蒙特卡洛样本近似方法建立基于均值-CVaR测度的随机优化模型,并进行线性转化;通过数值分析验证了本文所提模型的有效性;通过灵敏度分析探究了相关参数变化对零售商运营决策的影响,并进一步对比分析了订单履行策略对零售商盈利能力以及产品组合策略的影响。

## 1 问题描述与符号说明

### 1.1 问题描述

考虑一个通过线上和线下渠道向消费者销售季节性产品的全渠道零售商(以下简称“零售商”),其中该零售商应根据备选产品集,确定线上和线下渠道销售的产品组合、相应的订货量以及如何履行线上订单。假设零售商采用混合订单履行策略(integrated fulfillment, IF)。线上订单可以由履单中心安排配送,当履单中心发生缺货时,零售商具有两种订单履行选项:一种是采用SFS模式完成交付,另一种是“代发”模式。如果选择SFS模式,零售商将在每周期末安排配送;而选择“代发”模式可以立即安排配送(假设零售商的外部供应商没有能力上限约束)。集合 $N_1$ 和 $N_2$ 分别代表线下渠道和线上渠道的备选产品集,且有 $N \equiv N_1 \cup N_2$ 。备选集 $N_1 = \{1, 2, \dots, n\}$ 中的每个产品在集合 $N_2 = \{n + 1, n + 2, \dots, 2n\}$ 中都包含对应产品,即产品 $i \in N_1$ 和 $i + n \in N_2$ 属于同一产品。假设当履单中心中的产品 $i \in N_2$ 发生缺货时,一部分订单选择采用“代发”模式来履行,另一部分订单选择采用SFS模式履行。对于选择采用SFS模式履行的订单,零售商将在每周期末检查实体店内存,如果产品 $i - n \in N_1$ 在实体店中尚有库存,那么剩余的产品库存被用来履行线上订单;否则,零售商将使用“代发”模式来履行未完成订单。图1为全渠道零售供应链的结构示意图。如图1所示,在销售季节来临之前,零售商根据市场规模,向供应商下订单,供应商可以为零售商提供任意数量的产品。由于产品是季节性的,零售商只能向供应商下一次订单。然后,供应商将订购的全部产品运送到零售商的配送中心,由配送中心每周向线下实体店和履单中心进行补货。假设零售商拥有一个配送中心、一个履单中心及多个实体店。另外,线下消费者直接到实体店购买,而线上需求将通过混合订单履行策略予以满足。实体店-1和实体店-2分别代表位于市场区域1和区域2的实体店,每个区域只存在一个实体店。为便于表示,图1只展示了两个区域。另外,将消费者的需求视为随机的。

本文研究主要基于以下假设:

(1)线上渠道和线下渠道相同产品的销售价格相同。在天猫2019年双十一中,优衣库凭借线上与线下同价策略在16分钟内销量破5亿,采用线上线下同款同价策略在全渠道零售中已获得巨大成功。

(2)所有实体店销售的产品组合相同。线下渠道进行标准化运营,有利于实现商品数据互通,提高零售商的管理

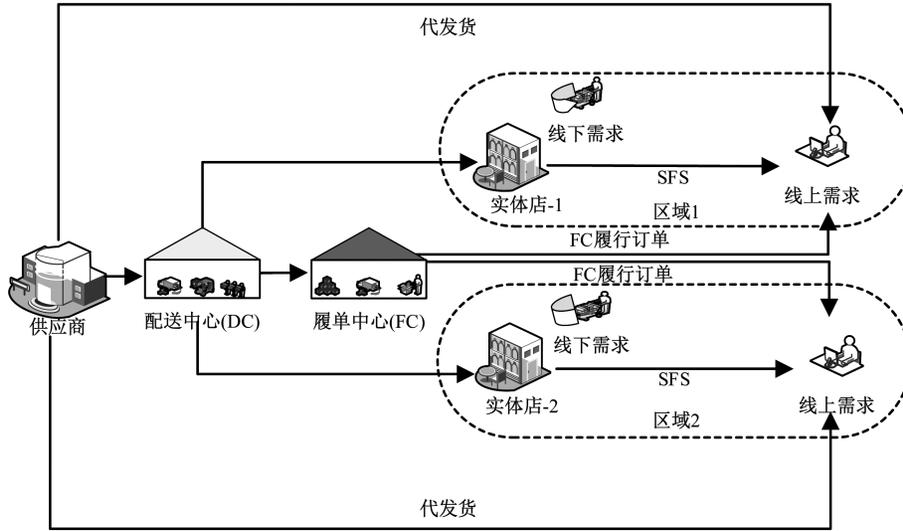


图1 全渠道零售供应链结构示意图  
Figure 1 The structure of omnichannel retail supply chain

效率。

(3) 单位“代发货”产品的订货成本要高于常规单位产品的订货成本,为满足“代发货”订单,供应商的拣货和包装能力需要进行额外投资,因此,单位“代发货”产品的订货成本会在常规单位产品的订货成本基础上进行加价<sup>[20]</sup>。

(4) 每个区域的实体店只能服务于该区域内的消费者。近年来,为实现高效配送,线下实体店会设置最大服务半径,例如,盒马鲜生的最大服务半径为3公里,能够做到及时响应,有助于建立顾客忠诚度。

(5) 每个到达的消费者最多只能购买一个产品或者不购买任何产品。

(6) 假设消费者的选择行为只受零售商提供的产品组合影响,产品库存水平不会影响消费者的选择。

(7) 如果消费者选择购买线上销售的产品,但该产品在履单中心已处于缺货状态,此时,消费者不会获取有关缺货信息,并且会继续购买该产品,零售商会通过SFS或者“代发货”模式来履行该订单,因此,即使产品在履单中心处于缺货状态,也不会发生销售损失,即线上需求都会得到满足。

假设(5)(6)和(7)是消费者选择过程中涉及到的相关假设。与文献[7][21]和[22]中的静态替代假设相一致。消费者的初始选择只会受零售商提供的产品组合影响,如果消费者的第一选择发生缺货,消费者不会考虑动态替代。Ryzin等<sup>[21]</sup>提出了几个相关实例,并证实了这些假设可以近似地描述消费者的选择行为。

销售季节中的关键决策发生在销售季节之前,销售季节期间以及销售季节之后,决策的时间顺序如图2所示。

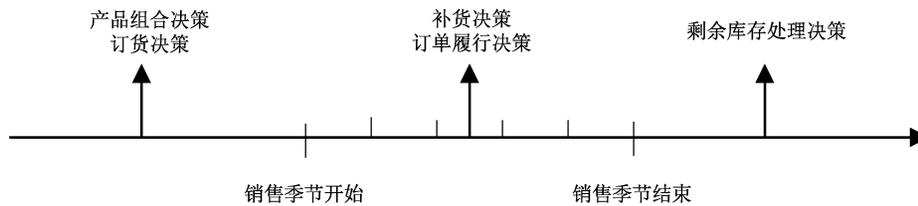


图2 决策时间顺序  
Figure 2 Sequence of decisions

在销售季节之前,零售商选择用于线上和线下销售的产品组合 $S$ ,产品组合 $S$ 是 $N$ 的子集, $S_1 \subseteq S$ 是线下实体店的产品组合, $S_2 \subseteq S$ 是线上渠道的产品组合。然后,零售商根据产品组合 $S$ 向供应商订购一定数量的产品。销售季节可以划分为若干小周期。在销售季节期间,配送中心会在每期初向实体店和履单中心配送产品,零售商根据消费者的需求采用合适的订单履行模式满足线上订单。在销售季节末,如果产品仍有剩余,将处理所有剩余产品并获得一定的残值。

### 1.2 符号与参数说明

在进行模型构建之前,首先,给出模型所用集合、参数和决策变量等符号。

(1) 集合:  $T = \{1, 2, \dots, t\}$  为周期集合,  $t \in T$ ;  $N = \{1,$

$\dots, n, n+1, \dots, 2n\}$  表示备选产品集合,  $N_1 = \{1, 2, \dots, n\}$  和  $N_2 = \{n+1, n+2, \dots, 2n\}$  分别表示线下实体店和线上渠道的备选产品集,其中  $i \in N_1, i+n \in N_2$ ;  $S = \{1, 2, \dots, s\}$  表示零售商提供的产品组合,  $S_1 \subseteq S$  和  $S_2 \subseteq S$  分别表示线下渠道和线上渠道的产品组合;  $Z = \{1, 2, \dots, z\}$  表示实体店集合,其中  $z \in Z$ ,同时,假设每个区域只有一个实体店,所以  $Z = \{1, 2, \dots, z\}$  也表示实体店所在区域的集合;  $K = \{1, 2, \dots, k\}$  为消费者群集合,其中  $k \in K$ 。

(2) 参数:  $M'_{zk}$  表示在周期 $t$ 区域 $z$ 中的消费者群 $k$ 到达的总数,为随机参数,服从均值为 $\lambda'_{zk}$ 的泊松分布;  $p_i$  表示产品 $i$ 的价格;  $a'_{ki}$  为消费者群 $k$ 在周期 $t$ 对产品 $i$ 的保留价格(消费者群 $k$ 愿意支付的最高价格);  $c_i$  为产品 $i$ 单位订货成本;  $cd_i$

为产品  $i$  采用“代发”模式的单位订货成本,  $cd_i > c_i$ ;  $cf_i$  为选择产品  $i$  的固定成本;  $h_i$  为产品  $i$  的单位残值;  $ls_0$  为消费者选择“不购买”造成的单位销售损失;  $sm_i$  为线下产品  $i$  的单位缺货成本;  $ca_i, cn_i, cm_i$  分别表示产品  $i$  采用履单中心配送、SFS、代发模式的履单成本, 主要包括贴标签、包装和运输费用等;  $st_i$  为配送中心储存产品  $i$  的成本;  $pr1_i$  和  $pr2_i$  分别表示配送中心到实体店和配送中心到履单中心针对产品  $i$  的单位补货成本;  $A_z$  为实体店  $z$  最大空间容量;  $B^{FC}$  为履单中心的储存能力;  $\eta_i$  为单位产品  $i$  占用的空间容量;  $\alpha$  表示可接受的服务水平约束违反概率;  $G$  表示非常大的数。

(3) 决策变量:  $x_i$  为二元变量, 表示产品  $i$  是否在产品组合中;  $D_{iz}^t$  表示在周期  $t$  区域  $z$  中的消费者对产品  $i$  的需求;  $D_{0z}^t$  表示在周期  $t$  区域  $z$  中的消费者不购买任何产品的数量;  $WT_{iz}^t$  表示在周期  $t$  满足区域  $z$  中消费者关于产品  $i$  的线下需求数量;  $N_{iz}^t, J_{iz}^t$  分别表示在周期  $t$  未在实体店  $z$  和履单中心有关产品  $i$  的库存水平;  $IS_{iz}^t$  表示在周期  $t$  实体店  $z$  有关产品  $i$  的缺货数量;  $Q_i$  表示在销售季节开始之前, 零售商订购产品  $i$  的数量;  $QS_{iz}^t$  表示在周期  $t$  采用代发模式满足区域  $z$  中消费者对产品  $i$  的线上需求数量;  $QF_{iz}^t$  表示在周期  $t$  采用 SFS 模式满足区域  $z$  中消费者对产品  $i$  的线上需求数量;  $QC_{iz}^t$  表示在周期  $t$  采用履单中心配送模式满足区域  $z$  中消费者对产品  $i$  的线上需求数量;  $CS_{iz}^t$  和  $CF_{iz}^t$  分别表示在周期  $t$  实体店  $z$  和履单中心关于产品  $i$  的补货数量。

## 2 模型建立

### 2.1 全渠道需求模型

消费者类型被划为  $|K|$  类, 每类消费者都可以选择在实体店或在线上渠道购买商品。假设至少存在三种类型的消费者, 即线上消费者, 线下消费者以及全渠道消费者。线上和线下消费者分别会选择在线上 and 线下渠道进行购买, 如果在交易中获得的效用不够高, 则这两类消费者会选择“不购买”选项, 并且这两类消费者不会在其他渠道寻找最佳交易。然而, 全渠道消费者在购买产品时为寻求最佳交易往往会进行渠道转换。

给定产品组合集  $S$ , 在周期  $t$ , 消费者群  $k$  到达并且购买产品  $i \in S$  的概率为  $q_{ki}^t(S)$ , 如果产品  $i$  不在产品组合中, 即  $i \notin S$ , 则  $q_{ki}^t(S) = 0$ , 另外, 第  $k$  类消费者不购买的概率为  $q_{k0}^t(S)$ 。根据总概率为 1 的原则, 等式  $\sum_{i \in S} q_{ki}^t(S) + q_{k0}^t(S) = 1$  成立。为便于说明, 将表达式  $q_{ki}^t(S)$  中的  $S$  移除, 采用  $q_{ki}^t$  表示消费者群  $k$  购买产品  $i$  的概率。例如, 假设每周期到达的消费者群  $k$  的数量服从均值为  $\lambda_k$  的泊松分布, 则消费者群  $k$  对产品  $i \in S$  的需求服从均值为  $\lambda_k q_{ki}^t$  的泊松分布。

不失一般性, 假设每个消费者群对整个产品集的某个子集感兴趣, Liu 和 Ryzin 等<sup>[23]</sup> 称该子集为消费者群的“考虑集”。因此, 每个消费者群  $k$  的考虑集可以表示为  $C_k \subseteq N$ 。例如, 假设消费者群  $k_1$  为线上消费者, 该类消费者只在线上购物且只考虑价格低于  $\bar{p}$  的产品, 则消费者群  $k_1$  的考虑集为  $C_{k_1}$ , 可以表示为  $C_{k_1} = \{(i, p) \mid i \in N_2, p \leq \bar{p}\}$ 。消费者群的考虑集之间可以重叠, 即对于  $k_1 \neq k_2, C_{k_1} \cap C_{k_2} \neq \emptyset$ <sup>[24]</sup>。基

于 MNL (multinomial logit) 选择模型框架下的消费者剩余 (效用) 刻画消费者的选择行为, 该模型在有关产品组合决策文献中得到了广泛使用<sup>[24]</sup>。消费者群  $k$  在周期  $t$  从产品  $i$  中获得的剩余为  $U_{ki}^t = a_{ki}^t - p_i + \varepsilon_{ki}$ , 表示保留价格  $a_{ki}^t$  与零售价格  $p_i$  之间的差值, 消费者群  $k$  选择“不购买”的效用为  $U_{k0}^t = u_0 + \varepsilon_{k0}$ , 其中  $u_0$  为消费者选择“不购买”获得的确定性效应,  $\varepsilon_{ki}, i \in S \cup \{0\}$  为随机项并服从均值为 0, 尺度系数为  $\mu$  的 Gumbel 分布。给定任意产品组合  $S$ , 消费者群  $k$  从集合  $S \cap C_k$  中购买产品  $i$  的概率可以表示为  $q_{ki}^t = \Pr\{U_{ki}^t = \max_{j \in \{S \cap C_k\} \cup \{0\}} U_{kj}^t\}$ , 选择不购买的概率为  $q_{k0}^t = 1 - \sum_{i \in S \cap C_k} q_{ki}^t$ 。利用 Gumbel 分布函数的表达式并进行简

化<sup>[25]</sup>,  $q_{ki}^t$  可以进一步表示为  $q_{ki}^t = \frac{e^{(a_{ki}^t - p_i)/\mu}}{v_{k0}^t + \sum_{j \in S \cap C_k} e^{(a_{kj}^t - p_j)/\mu}}$  和  $q_{k0}^t = \frac{v_{k0}^t}{v_{k0}^t + \sum_{j \in S \cap C_k} e^{(a_{kj}^t - p_j)/\mu}}, \forall t \in T, \forall i \in S, \forall k \in K$ , 其中  $v_{k0}^t = e^{u_0/\mu}$ 。此外, 结合二元变量  $x_i$ , 消费者购买概率可以表示为

$$\begin{cases} q_{ki}^t = \frac{e^{(a_{ki}^t - p_i)/\mu} x_i}{v_{k0}^t + \sum_{j \in S \cap C_k} e^{(a_{kj}^t - p_j)/\mu}} \\ q_{k0}^t = \frac{v_{k0}^t}{v_{k0}^t + \sum_{j \in S \cap C_k} e^{(a_{kj}^t - p_j)/\mu}} \end{cases} \quad \forall t \in T, \forall i \in S, \forall k \in K \quad (1)$$

令  $v_{ki}^t = e^{(a_{ki}^t - p_i)/\mu}$ , 则式(1)可以简化为

$$\begin{cases} q_{ki}^t = \frac{v_{ki}^t x_i}{v_{k0}^t + \sum_{j \in C_k} v_{kj}^t x_j} \\ q_{k0}^t = \frac{v_{k0}^t}{v_{k0}^t + \sum_{j \in C_k} v_{kj}^t x_j} \end{cases} \quad \forall t \in T, \forall i \in N_1 \cup N_2, \forall k \in K \quad (2)$$

将消费者对产品  $i$  的总需求表示为关于  $x_i$  的函数, 即  $D_{iz}^t(x) = \sum_{k \in K} M_{zk}^t q_{ki}^t$ , 另外,  $D_{0z}^t(x) = \sum_{k \in K} M_{zk}^t q_{k0}^t$  表示做出不购买决策的消费者总数。为简化表达式, 可以将  $D_{iz}^t(x)$  和  $D_{0z}^t(x)$  中的  $x$  移除。

### 2.2 基础模型

在建立基于均值-CVaR 的随机优化模型之前, 首先建立基础模型。

#### 2.2.1 零售商的利润函数

(1) 零售商的线上销售收益与线下销售收益  $RE = \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_1} \sum_{z \in Z} p_i \cdot WT_{iz}^t + \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_2} \sum_{z \in Z} p_i \cdot D_{iz}^t$ 。

(2) 实体店和履单中心剩余产品的残值  $SA =$

$$\sum_{t \in T} \sum_{i \in N_1} \sum_{z \in Z} h_i \cdot (\Pi_{iz}^t - QF_{(i+n)z}^t) + \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_2} h_i \cdot I2_i^t$$

(3) 实体店中的缺货成本  $ST = \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_1} \sum_{z \in Z} sm_i \cdot IS_{iz}^t$

(4) 履行线上订单的成本,主要包括履单中心配送, SFS 和供应商代发相关的成本

$$OF = \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_2} \sum_{z \in Z} ca_i \cdot QC_{iz}^t + \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_2} \sum_{z \in Z} cn_i \cdot QF_{iz}^t + \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_2} \sum_{z \in Z} cm_i \cdot QS_{iz}^t$$

(5) 订货成本,主要包括代发产品的订货成本和常规订货成本  $OC = \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_2} \sum_{z \in Z} cd_i \cdot QS_{iz}^t + \sum_{i \in N_1} c_i \cdot Q_i$

(6) 配送中心为实体店和履单中心定期补货的成本  $RP = \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_1} \sum_{z \in Z} pr1_i \cdot CS_{iz}^t + \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_2} pr2_i \cdot CF_i^t$

(7) 产品在配送中心储存的成本  $DS = \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_1} st_i \cdot [Q_i - (T - t + 1) (\sum_{z \in Z} CS_{iz}^t + CF_{i+n}^t)]$

(8) 零售商在确定产品组合后,与供应商搭建业务渠道,需要付出相应的固定成本  $AS = \sum_{i \in N} x_i \cdot cf_i$

(9) 消费者做出不购买决策导致销售损失  $NS = \sum_{t \in T} \sum_{z \in Z} ls_0 \cdot D_{0z}^t$

因为要建立零售商利润最大化的模型,故利润函数可以表示为

$$profit = RE + SA - ST - OF - OC - RP - DS - AS - NS \quad (3)$$

### 2.2.2 约束条件

#### (1) 库存约束

为保证全渠道零售供应链各节点库存的流入、流出平衡,本节设计库存平衡约束条件如下所示。约束条件(4)表示已满足的线下需求为实际需求与缺货量之差。

$$WI_{iz}^t = D_{iz}^t - IS_{iz}^t \quad \forall t \in T, \forall i \in N_1, \forall z \in Z \quad (4)$$

约束条件(5)表示,在每周期末,线下实体店满足线下需求之后剩余的产品数量;约束条件(6)表示,履单中心履行线上订单之后剩余的产品数量。

$$\Pi_{iz}^t = \max\{CS_{iz}^t - WI_{iz}^t, 0\} \quad \forall t \in T, \forall i \in N_1, \forall z \in Z \quad (5)$$

$$I2_i^t = \max\{CF_i^t - \sum_{z \in Z} QC_{iz}^t, 0\} \quad \forall t \in T, \forall i \in N_2 \quad (6)$$

约束(5)可以线性转换为

$$\begin{cases} \Pi_{iz}^t \geq CS_{iz}^t - WI_{iz}^t & \forall t \in T, \forall i \in N_1, \forall z \in Z \\ \Pi_{iz}^t \geq 0 & \forall t \in T, \forall i \in N_1, \forall z \in Z \end{cases} \quad (7)$$

约束(6)可以线性转换为

$$\begin{cases} I2_i^t \geq CF_i^t - \sum_{z \in Z} QC_{iz}^t & \forall t \in T, \forall i \in N_2 \\ I2_i^t \geq 0 & \forall t \in T, \forall i \in N_2 \end{cases} \quad (8)$$

约束条件(9)表示,当履单中心库存已耗尽时,尚未满足的线上需求数量。

$$IS_{iz}^t = \max\{D_{iz}^t - QC_{iz}^t, 0\} \quad \forall t \in T, \forall i \in N_2, \forall z \in Z \quad (9)$$

约束(9)可以转换为

$$\begin{cases} IS_{iz}^t \geq D_{iz}^t - QC_{iz}^t & \forall t \in T, \forall i \in N_2, \forall z \in Z \\ IS_{iz}^t \geq 0 & \forall t \in T, \forall i \in N_2, \forall z \in Z \end{cases} \quad (10)$$

约束条件(11)和约束条件(12)表示实体店配送的产品数量与代发货的产品数量约束。约束(11)表示在周期末未满足的线上需求会通过代发货和实体店配送两种模式来完成;约束(12)表示实体店发货的产品数量要小于实体店满足线下需求之后剩余的产品数量。

$$QS_{iz}^t + QF_{iz}^t = IS_{iz}^t \quad \forall t \in T, \forall i \in N_2, \forall z \in Z \quad (11)$$

$$QF_{iz}^t \leq \Pi_{(i-n)z}^t \quad \forall t \in T, \forall i \in N_2, \forall z \in Z \quad (12)$$

约束(13)表示履单中心库存的流入、流出平衡;约束(14)表示在销售周期开始之前零售商向供应商订购产品数量约束。

$$CF_i^t = \sum_{z \in Z} QC_{iz}^t + I2_i^t \quad \forall t \in T, \forall i \in N_2 \quad (13)$$

$$Q_i \geq \sum_{t \in T} \sum_{z \in Z} CS_{iz}^t + \sum_{t \in T} CF_{i+n}^t \quad \forall i \in N_1 \quad (14)$$

#### (2) 容量约束

约束(15)表示实体店容量约束;约束(16)表示履单中心的容量约束。

$$\sum_{i \in N_1} CS_{iz}^t \cdot \eta_i \leq A_z \quad \forall t \in T, \forall z \in Z \quad (15)$$

$$\sum_{i \in N_2} CF_i^t \cdot \eta_i \leq B^{FC} \quad \forall t \in T \quad (16)$$

#### (3) 产品组合约束

约束条件(17)和约束(18)表示如果产品不在产品组合中,则不会存在补货量。

$$CS_{iz}^t \leq G \cdot x_i \quad \forall t \in T, \forall i \in N_1, \forall z \in Z \quad (17)$$

$$CF_i^t \leq G \cdot x_i \quad \forall t \in T, \forall i \in N_2 \quad (18)$$

#### (4) 服务水平约束

在不确定需求环境下,为应对市场竞争,满足消费者的需求,零售商在运营周期开始之前设定预期服务水平  $1 - \alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ),即保证所有产品中最大缺货数量小于等于 0 的概率要满足服务水平要求,如式(19)所示:

$$\Pr\{\max_{i \in N_1} \{D_{iz}^t - WI_{iz}^t\} \leq 0\} \geq 1 - \alpha \quad \forall t \in T, \forall z \in Z \quad (19)$$

### 2.3 基于均值-CVaR 模型的建立

*CVaR* 作为风险度量模型,主要用于刻画投资组合风险。与 *VaR* 相比, *CVaR* 满足二阶随机占优,且具有平移不变性、次可加性、正齐次性和单调性等特性。根据 Rockafellar 等<sup>[26]</sup>的研究,可对 *CVaR* 进行以下定义:

**定义 1** 令  $y \in Y$  为随机参数,其中  $y$  的概率密度函数为  $p(y)$ ,  $y$  的损失函数为  $f(x, y)$ ,  $x \in X$  为决策变量。  $f(x, y)$  不超过阈值  $\theta$  的概率可以表示为  $\varphi(x, \theta) = \int_{f(x, y) \leq \theta} p(y) dy$ ,  $VaR_\beta$  定义为损失函数超过  $\theta$  的概率不大于  $\beta$  的阈值,即  $VaR_\beta = \min\{\theta \in \mathbf{R} \mid \varphi(x, \theta) \geq \beta\}$ 。而条件风险值 *CVaR* 定义为损失超过 *VaR* 的平均值,即  $CVaR_\beta(x) = \frac{1}{1 - \beta} \int_{f(x, y) \geq VaR_\beta} f(x, y) p(y) dy$ 。

*CVaR* 的局限在于当决策者用 *CVaR* 度量风险时,只关注下端风险的损失,决策目标太过保守。因此,为了弥补 *CVaR*

的不足,采用权衡收益与风险的均值 - CVaR 度量方法可以更好的测度决策者的目标函数。

由于所建立的模型将考虑利润目标,因此,定义均值 - CVaR 为期望利润与 CVaR 的凹组合,公式可表述如下:

$$G_{\beta}(f(x, y)) = \lambda E(\text{profit}) + (1 - \lambda) CVaR_{\beta}(\text{profit}) \quad (20)$$

其中,  $E(\text{profit})$  为决策者风险中性的期望利润;  $CVaR_{\beta}(\text{profit})$  为 CVaR 风险度量准则下的利润;  $\lambda \in [0, 1]$  是两者权衡比重。当  $\lambda = 0$  时,决策者为高度风险厌恶,此时,决策者的唯一标准是 CVaR 度量的下行利润,不考虑期望利润。当  $0 < \lambda < 1$  时,决策者的目标是期望利润与 CVaR 的凹函数,表示决策者同时关注期望利润与 CVaR。当  $\lambda = 1$  时,决策者为风险中性的,决策者只关注期望利润。

由于在不确定参数存在的情况下,  $CVaR_{\beta}(\text{profit})$  很难直接计算,因此,Rockafellar 等<sup>[26]</sup>通过构造关于  $\theta$  的连续可微凹函数求解,即  $CVaR_{\beta}(\text{profit}) = \max_{\theta \in \mathbb{R}} \left\{ \theta - \frac{1}{1 - \beta} E[\max(\theta - \text{profit}, 0)] \right\}$ 。在实际运算中,通常运用蒙特卡洛样本近似方法进行求解,该方法基于已知的随机参数分布来生成若干情景,取值情景集合  $\Omega = \{1, 2, \dots, m\}$ ,进行模型的近似求解。定义辅助变量  $tn_m$  表示基于  $\beta$  置信水平的尾部利润。 $\text{Pr}_m \in [0, 1]$  表示情景  $m$  发生的概率,并且  $\sum_{m \in \Omega} \text{Pr}_m = 1$ 。基于上述内容,可以将 CVaR 近似表示为  $CVaR_{\beta}(\text{profit}) = \text{VaR}_{\beta} - \frac{1}{1 - \beta} \sum_{m \in \Omega} \text{Pr}_m \cdot tn_m$ ,其中  $tn_m = \max\{\text{VaR}_{\beta} - \text{profit}_m, 0\}$ ,期望利润可以表示为  $E(\text{profit}) = \sum_{m \in \Omega} \text{Pr}_m \cdot \text{profit}_m$ 。

基于上述原理,首先定义情景集合  $\Omega = \{1, 2, \dots, m\}$ ,在情景  $m$  下,  $WI_{iz}^m$  表示在周期  $t$  满足的区域  $z$  中消费者关于产品  $i$  的线下需求数量;  $I1_{iz}^m, I2_{iz}^m$  分别表示在周期  $t$  末实体店  $z$  和履单中心中产品  $i$  的库存水平;  $IS_{iz}^m$  表示在周期  $t$  实体店  $z$  有关产品  $i$  的缺货数量;  $QS_{iz}^m$  表示在周期  $t$  采用代发发货模式满足的区域  $z$  中消费者对产品  $i$  的线上需求数量;  $QF_{iz}^m$  表示在周期  $t$  采用 SFS 模式满足区域  $z$  中消费者对产品  $i$  的线上需求数量;  $QC_{iz}^m$  表示在周期  $t$  采用履单中心配送模式满足区域  $z$  中消费者对产品  $i$  的线上需求数量;  $CS_{iz}^m$  和  $CF_{iz}^m$  分别表示在周期  $t$  实体店  $z$  和履单中心有关产品  $i$  的补货数量;  $D_{iz}^m$  表示在周期  $t$  区域  $z$  的消费者对产品  $i$  的需求;  $D_{0z}^m$  表示在周期  $t$  做出不购买决策的区域  $z$  的消费者数量;  $M_{zk}^m$  表示在周期  $t$  区域  $z$  的消费者群  $k$  到达的总数;根据上文关于需求的描述,可以得到,  $D_{iz}^m = \sum_{k \in K} M_{zk}^m q_{ki}^t$  和  $D_{0z}^m = \sum_{k \in K} M_{zk}^m q_{k0}^t$ 。

基于以上定义,首先构建情景  $m$  下零售商的利润函数

$$\begin{aligned} \text{profit}_m = & \left( \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_1} \sum_{z \in Z} p_i \cdot WI_{iz}^m + \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_2} \sum_{z \in Z} p_i \cdot D_{iz}^m \right) \\ & + \left[ \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_1} \sum_{z \in Z} h_i \cdot (I1_{iz}^m - QF_{iz}^m) + \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_2} h_i \cdot I2_{iz}^m \right] \\ & - \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_1} \sum_{z \in Z} sm_i \cdot IS_{iz}^m - \left( \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_2} \sum_{z \in Z} ca_i \cdot QC_{iz}^m \right) \\ & + \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_2} \sum_{z \in Z} cn_i \cdot QF_{iz}^m + \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_2} \sum_{z \in Z} cm_i \cdot QS_{iz}^m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \left( \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_2} \sum_{z \in Z} cd_i \cdot QS_{iz}^m + \sum_{i \in N_1} c_i \cdot Q_i \right) \\ & - \left( \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_1} \sum_{z \in Z} pr1_i \cdot CS_{iz}^m + \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_2} pr2_i \cdot CF_{iz}^m \right) \\ & - \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_1} st_i \cdot \left[ Q_i - (T - t + 1) \left( \sum_{z \in Z} CS_{iz}^m + CF_{iz}^m \right) \right] \\ & - \sum_{i \in N} x_i \cdot cf_i - \sum_{t \in T} \sum_{z \in Z} ls_0 \cdot D_{0z}^m \quad (21) \end{aligned}$$

根据以上定义,基于均值-CVaR 测度的随机优化模型可以表述如下:

$$\begin{aligned} [\mathbf{P}] \quad & \max \quad \lambda E(\text{profit}) + (1 - \lambda) CVaR_{\beta}(\text{profit}) \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} WI_{iz}^m = D_{iz}^m - IS_{iz}^m \quad \forall m \in \Omega, \forall t \in T, \forall i \in N_1, \forall z \in Z \\ I1_{iz}^m \geq CS_{iz}^m - D_{iz}^m \quad \forall m \in \Omega, \forall t \in T, \forall i \in N_1, \forall z \in Z \\ I2_{iz}^m \geq CF_{iz}^m - \sum_{z \in Z} D_{iz}^m \quad \forall m \in \Omega, \forall t \in T, \forall i \in N_2 \\ IS_{iz}^m \geq D_{iz}^m - QC_{iz}^m \quad \forall m \in \Omega, \forall t \in T, \forall i \in N_2, \forall z \in Z \\ QS_{iz}^m + QF_{iz}^m = IS_{iz}^m \quad \forall m \in \Omega, \forall t \in T, \forall i \in N_2, \forall z \in Z \\ QF_{iz}^m \leq I_{(i-n)z}^m \quad \forall m \in \Omega, \forall t \in T, \forall i \in N_2, \forall z \in Z \\ CF_{iz}^m = \sum_{z \in Z} QC_{iz}^m + I2_{iz}^m \quad \forall m \in \Omega, \forall t \in T, \forall i \in N_2 \\ Q_i \geq \sum_{t \in T} \sum_{z \in Z} CS_{iz}^m + \sum_{t \in T} CF_{iz}^m \quad \forall m \in \Omega, \forall i \in N_1 \\ \sum_{i \in N_1} CS_{iz}^m \leq A_z \quad \forall m \in \Omega, \forall t \in T, \forall z \in Z \\ CF_{iz}^m \cdot \eta_i \leq B^{FC} \quad \forall m \in \Omega, \forall t \in T, \forall i \in N_2 \\ CS_{iz}^m \leq G \cdot x_i \quad \forall m \in \Omega, \forall t \in T, \forall i \in N_1, \forall z \in Z \\ CF_{iz}^m \leq G \cdot x_i \quad \forall m \in \Omega, \forall t \in T, \forall i \in N_2 \\ \text{Pr} \{ \max_{i \in N_1} \{ D_{iz}^m - WI_{iz}^m \} \leq 0 \} \geq 1 - \alpha \\ \quad \forall m \in \Omega, \forall t \in T, \forall z \in Z \\ tn_m \geq \text{VaR}_{\beta} - \text{profit}_m \quad \forall m \in \Omega \\ WI_{iz}^m, I1_{iz}^m, I2_{iz}^m, IS_{iz}^m, Q_i, QS_{iz}^m, QF_{iz}^m, QC_{iz}^m, CS_{iz}^m, CF_{iz}^m, \\ D_{iz}^m, D_{0z}^m, tn_m, \text{VaR}_{\beta}, \text{CVaR}_{\beta} \geq 0 \\ \quad \forall m \in M, \forall t \in T, \forall i \in N, \forall z \in Z \\ x_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N \end{cases} \quad (22) \end{aligned}$$

### 2.4 线性转换

由于目标函数和约束条件中存在非线性项,导致模型不易于求解,因此,有必要将模型中的非线性项转化为线性形式。

#### 2.4.1 MNL 模型线性化

本节根据 Bront 等<sup>[24]</sup>提出的方法对 MNL 模型进行线性化。首先,定义一个新的非负变量  $\tau_k^t := \frac{1}{v_{k0}^t + \sum_{j \in C_k} v_{kj}^t x_j}$ 。

MNL 模型中的概率可以表示为

$$\begin{cases} q_{ki}^t = v_{ki}^t x_i \tau_k^t \quad \forall t \in T, \forall i \in N_1 \cup N_2, \forall k \in K \\ q_{k0}^t = v_{k0}^t \tau_k^t \end{cases} \quad (23)$$

并且满足

$$\sum_{i \in C_k} v_{ki}^t x_i \tau_k^t + v_{k0}^t \tau_k^t = 1 \quad \forall t \in T, \forall k \in K \quad (24)$$

Wu<sup>[27]</sup>提出了混合 0-1 项  $\psi_{ki}^t := x_i \tau_k^t$ ,其中  $x_i$  为二元变量,  $\tau_k^t$  为非负变量,该混合 0-1 项可以线性转化为以下

约束:

$$\begin{cases} \tau_k^t - \psi_{ki}^t \leq M_0 \cdot (1-x_i) & \forall t \in T, \forall i \in N, \forall k \in K \\ \psi_{ki}^t \leq \tau_k^t & \forall t \in T, \forall i \in N, \forall k \in K \\ \psi_{ki}^t \leq M_0 \cdot x_i & \forall t \in T, \forall i \in N, \forall k \in K \\ \psi_{ki}^t \geq 0 & \forall t \in T, \forall i \in N, \forall k \in K \end{cases} \quad (25)$$

其中,  $M_0$  是一个大于  $\max\{v_{k0}^t + \sum_{j \in C_k} v_{kj}^t x_j\}^{-1}$ ,  $(v_{k0}^t)^{-1}$  的数。

### 2.4.2 服务水平约束线性化

原模型中服务水平约束用于保证所有产品中最大的未满足需求数量小于等于 0 的概率满足服务水平要求。

定义辅助变量  $IC_{iz}^m$  表示在情景  $m$  下在周期  $t$  实体店  $z$  关于产品  $i$  的最大未满足需求数量,即实体店  $z$  关于产品  $i$  的最大缺货数量(整数变量),  $IC_{iz}^m = \max_{i \in N_1} \{D_{iz}^m - WI_{iz}^m, 0\}$ ,  $\forall m \in \Omega, \forall t \in T, \forall z \in Z$ ;同时,定义辅助决策变量  $Y_{iz}^m$  表示

情景  $m$  下实体店  $z$  在周期  $t$  针对产品  $i$  最大未满足需求数量是否大于 0,如果大于 0,  $Y_{iz}^m$  取值为 1, 否则为 0。因此,基于蒙特卡洛样本近似方法对服务水平约束进行线性化,当随机情景样本量足够大时,原问题的机会约束可以作如下转化:

$$\begin{cases} IC_{iz}^m \leq G \cdot Y_{iz}^m & \forall m \in \Omega, \forall t \in T, \forall i \in N_1, \forall z \in Z \\ \frac{1}{\Omega} \cdot \sum_{m \in \Omega} Y_{iz}^m \leq \alpha & \forall t \in T, \forall i \in N_1, \forall z \in Z \end{cases} \quad (26)$$

## 3 数值算例与分析

### 3.1 参数设置

考虑销售季节划分为 3 个周期(即  $|T| = 3$ ),零售商拥有 3 个实体店(即  $|Z| = 3$ ),并且需要服务 3 类消费者群(即  $|K| = 3$ )。在销售季节开始之前,零售商需要从 10 种产品(即  $|N_1| = |N_2| = 10$ )中挑选出相应的产品分别在线上 and 线下渠道销售,表 1 总结了相关成本参数的分布情况。

表 1 相关成本参数分布

Table 1 Related cost parameter distribution

参数	分布	参数	分布
单位订货成本 $c_i$	$U(0.5, 5)$	单位残值 $h_i$	$c_i \times U(0.1, 0.5)$
单位代发货的订货成本 $cd_i$	$c_i \times U(1.5, 2)$	选择产品的固定成本 $cf_i$	$c_i \times U(2, 8)$
单位实体店补货成本 $pr1_i$	$c_i \times U(1.7, 2.5)$	“未购买”的销售损失 $ls_0$	$U(1, 3)$
单位缺货惩罚成本 $sm_i$	$c_i \times U(0.3, 0.7)$	单位履单中心补货成本 $pr2_i$	$c_i \times U(1.7, 2.5)$
单位履单中心配送成本 $ca_i$	$c_i \times U(0.09, 0.15)$	单位实体店履单成本 $cn_i$	$c_i \times U(0.15, 0.3)$
单位代发货成本 $cm_i$	$c_i \times U(0.2, 0.5)$	产品价格 $p_i$	$c_i \times U(3, 7)$

表 2 其他参数

Table 2 Other parameters

参数	分布	参数	分布
履单中心的容量 $B^{FC}$	$U(5000, 20000)$	实体店容量 $A_z$	$U(2500, 4800)$
每单位产品占用的空间容量 $\eta_i$	$U(1, 9)$	顾客群到达的均值 $\lambda_{zk}^t$	$U(1000, 2000)$
保留价格 $a_{ki}$	$U(20, 40)$	约束违反概率 $\alpha$	0.2

### 3.2 求解结果

根据以上信息,运用蒙特卡洛样本近似方法,产生一个随机样本,其样本数  $|Q| = 100$ 。采用前文所提出的混合整数随机优化模型及其求解方法,设置  $\beta = 0.9, \lambda = 0.5$ ,通过 IBM ILOG CPLEX 12.9 软件对算例进行求解,用时不超过 120 s 获得全部解,优化结果如表 3~4 所示。

表 3 主要求解结果(单位:元)

Table 3 Main solution results (unit: yuan)

目标函数值	CVaR	期望利润	期望成本
506938	505570	505409	639130

表 4 主要成本构成

Table 4 Main cost structure

销售损失与期望缺货成本	期望线上订单履行成本	期望补货成本	期望产品储存成本	期望订货成本	期望补货成本	期望固定产品选择成本
5.2%	25.0%	10.4%	19.6%	29.17%	10.2%	0.43%

表 3 给出了目标函数值、CVaR 值、期望利润以及期望成本。由表 4 可知,在相关运营成本中,占比最大的为期望订货成本。此外,期望产品储存成本占比相对较高,达到 19.6%,表明风险规避型的全渠道零售商会订购较高数量的

产品以应对不确定需求的干扰,但同时造成了产品在配送中心较高的储存成本。

通过计算可知,最优产品组合为  $\{1, 3, 6, 11, 13, 15, 16, 17, 19\}$ 。相较于实体店销售,线上渠道受空间限制较小,且运营成本相对较低,所以产品组合规模相对较大,在最优解中,实体店中的产品组合中包含 3 种产品,而线上渠道提供的产品组合中含有 6 种产品,而且实体店提供的产品 1、产品 3 和产品 6 均在线上渠道具有对应产品。

### 3.3 均值-CVaR 模型、CVaR 模型及风险中性模型比较

为了说明决策者风险规避与风险中性行为偏好下的决策结果差异,以下对不同置信水平下的均值-CVaR 模型、CVaR 模型( $\lambda = 0$ )以及风险中性模型(期望利润最大化)的求解结果进行比较。

#### (1) 零售商利润分布对比

依据图 3 比较  $\lambda = 0.5$  时不同置信水平均值-CVaR、90%置信水平 CVaR 以及风险中性模型下的利润概率分布情况,由该图可知,与风险中性模型相比,均值-CVaR 模型以及 CVaR 模型下的利润分布区间较为集中,即虽然利润出现较高水平的可能性相对较少,但同时也规避了发生利润过低的情况。均值-CVaR 模型与 CVaR 模型下的利润均处于

501001元以上,而风险中性模型下的利润有可能处于[500400,501000]这一较小取值区间。此外,相较于CVaR模型,均值-CVaR模型在关注利润CVaR的同时,也关注了期望利润的表现,因此,在均值-CVaR模型优化结果中利润有一定的可能性处于较高的利润区间,即利润水平有可能大于505801元。由于CVaR模型仅关注利润低于VaR时的极端情景的优化,而并不关注利润高于VaR的情景,因此,该模型下的利润分布相对保守,导致最大可能利润仅为505800元。由此可知,相较于风险中性模型与CVaR模型,均值-CVaR模型能够更有效地规避利润处于较低水平的风险,且利润分布相对集中,与此同时,确保利润有较大概率处于较高水平,因此,在均值-CVaR模型下的优化结果能够使利润表现出更高的鲁棒性。

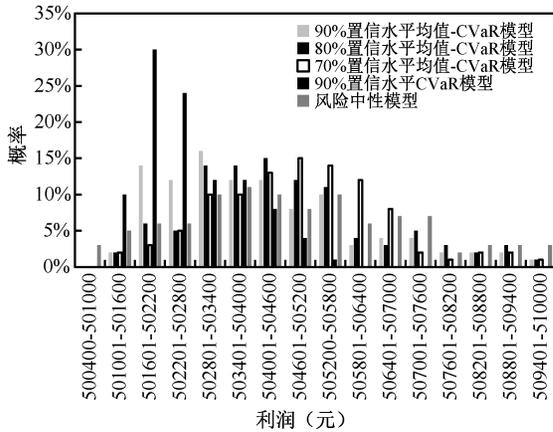


图3 均值-CVaR模型、CVaR模型与风险中性模型下的利润概率分布  
Figure 3 Probability distributions of profit by mean-CVaR under various confidence levels, CVaR and risk-neutral model

表5进一步对比了不同置信水平均值-CVaR模型与风险中性模型下的期望利润情况。如表5所示,当置信水平分别为90%、80%、70%,均值-CVaR模型下的期望利润要比风险中性模型下的期望利润低0.481%、0.245%和0.091%,表明随着决策者风险规避程度的增加(即置信水平 $\beta$ 增加),期

望利润呈现降低趋势。此外,当置信水平分别为90%、80%、70%,均值-CVaR模型下的利润标准差分别为风险中性模型下利润标准差的28.37%、52.64%以及55.58%,随着置信水平 $\beta$ 的增加,利润标准差降低。上述结果表明,虽然均值-CVaR模型下的期望利润相较于风险中性模型会略有下降,但利润标准差却显著降低,因此,均值-CVaR模型能够更好地权衡决策结果的最优性与鲁棒性。

表5 零售商期望利润与利润标准差的对比  
Table 5 The comparison of the expected profit and standard deviation

	期望利润 (元)	利润差	利润标准差	标准差比率
风险中性模型	505840	—	2080	—
90%置信水平均值-CVaR模型	503409	-0.481%	590	28.37%
80%置信水平均值-CVaR模型	504600	-0.245%	1095	52.64%
70%置信水平均值-CVaR模型	505380	-0.091%	1156	55.58%

注:利润差=(风险中性模型下的期望利润-均值-CVaR模型下的期望利润)/风险中性模型下的期望利润;标准差比率=均值-CVaR模型下的利润标准差/风险中性模型下的利润标准差。

(2) 服务水平对比

比较均值-CVaR模型、CVaR模型以及风险中性模型下的服务水平达成率(即所有随机情景中达到最低服务水平要求的情景所占比例)。由图4(a)可知,与CVaR模型相比,均值-CVaR模型与风险中性模型均表现出明显优势,多数实体店的服务水平达成率能够达到97%以上。然而在CVaR模型下,各实体店的服务水平达成率均处于较低的水平。进一步由图4(b)可知,在均值-CVaR模型和风险中性模型下,各随机情景中的最低服务水平明显高于CVaR模型下的最低服务水平,而均值-CVaR模型和风险中性模型之间在最低服务水平方面的差异并不明显。综上所述,相较于CVaR模型,在均值-CVaR模型中,虽然低服务水平存在发生的可能性,但机会约束的加入能够有效保证各实体店均以较高的可能性达到最低服务水平要求,因此,均值-CVaR模型能够使服务水平表现出更强的鲁棒性。

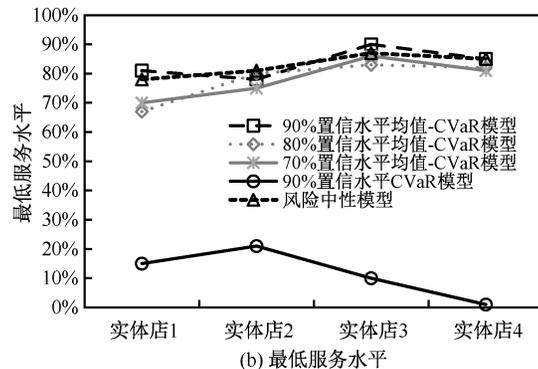
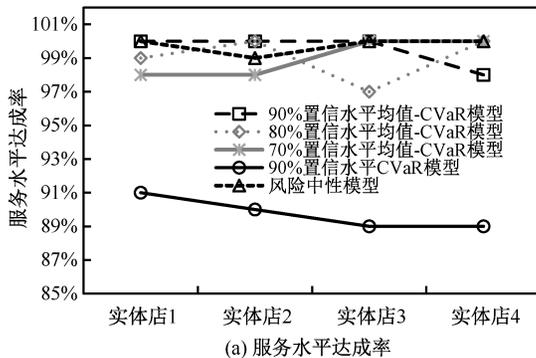


图4 均值-CVaR模型、CVaR模型与风险中性模型下的服务水平  
Figure 4 Service level of mean-CVaR under various confidence levels, CVaR and risk-neutral model

(3) 相关决策结果对比

进一步对不同模型下的决策结果进行分析。由表6可知,CVaR模型得到的决策结果相对保守,均值-CVaR模型下的期望订货量大于CVaR模型下的期望订货量,且随着决

策者风险规避程度增大(即置信水平 $\beta$ 增大),决策者越倾向于订购更多产品,以应对需求波动造成的缺货损失。此外,由于实体店具有库存容量约束且实体店的一部分库存用来满足线下消费者的需求,因此,在不同模型下,采用实体店满

足线上消费者需求的数量不会具有较大的区别。然而,履单中心配送数量和代发数量在不同模型下具有明显的区别。首先,相比于 CVaR 模型,均值-CVaR 模型和风险中性模型下履单中心配送数量较高而代发数量相对较低,这是因为,CVaR 模型仅关注利润的风险而不关注利润,虽然单位代发货的订货成本相对较高,但为了实现供需平衡,风险规避型零售商依然会增加代发数量,以应对线上消费者需求的不确定性。而均值-CVaR 模型在关注利润风险的同时也关注利润水平,因此,为维持较高的利润水平,零售商会

减少代发数量,增加相对成本更低的履单中心配送模式的使用。另外,不同模型下的产品组合决策相同,当决策者风险规避程度较低时,期望利润水平较高,但却没有对应较大规模的产品组合,究其原因,一方面,将产品添加到产品组合中需要一定的成本,某些产品添加到产品组合中的成本不能够被销售该产品获取的利润抵消,从而风险规避型零售商将这些产品从最优产品组合中剔除,避免出现经营风险;另一方面,实体店和履单中心的空间容量约束限制了产品组合的规模。

表 6 相关决策结果对比

Table 6 The comparison of relative decision results

目标函数数值	期望利润	期望订货量	履单中心配送数量	实体店配送数量	代发数量	产品组合	
风险中性模型	505840	505840	38852	18031	1235	9906	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}
90%置信水平 CVaR 模型	501504	502450	39038	17769	1230	11626	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}
90%置信水平均值-CVaR 模型	502942	503409	40180	18927	1246	10452	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}
80%置信水平均值-CVaR 模型	503131	504600	40035	18341	1250	10132	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}
70%置信水平均值-CVaR 模型	503281	505380	39420	18025	1257	9931	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}

3.4 相关参数的灵敏度分析

(1) 权衡比重  $\lambda$  的灵敏度分析

不同权衡比重  $\lambda$  下期望利润与 CVaR 值的计算结果如图 5 所示,从图中可以看出,随着权衡比重  $\lambda$  增大,CVaR 值降低而期望利润增加。这是因为随着权衡比重  $\lambda$  增大,决策者更加注重期望利润,愿意以较高的风险换取较高的利润。

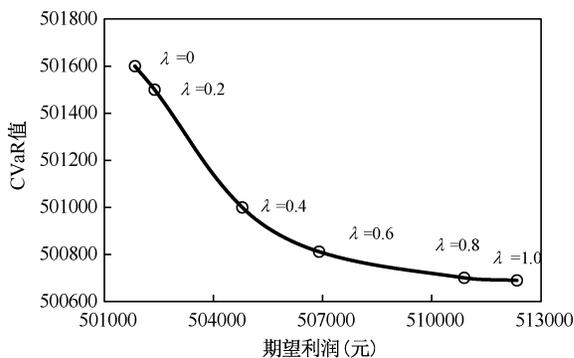


图 5 期望利润和 CVaR 值随  $\lambda$  的变化

Figure 5 The variation of the expected profit and CVaR with different  $\lambda$

(2) 容量水平的灵敏度分析

探究有限的实体店容量以及履单中心容量对模型求解结果的影响。在该分析中,基于  $(K, N_1, N_2) = (3, 10, 10)$ , 随机生成 3 个实例。首先,在没有实体店和履单中心容量约束下求解这些实例,将得到的结果作为初始容量水平,也就是实体店和履单中心空间的最大占用量。分别设置实体店(履单中心)容量为其初始容量水平的 80%, 60%, 40%, 20% 和 0%, 同时,保持履单中心(实体店)容量为 100% 的情况。图 6 显示了履单中心和实体店不同容量水平分别对线上和线下渠道提供的产品种类数的影响。显然,在这两种情况下,产品的多样性随着容量水平的增加而增加,而且履单中心容量水平的变化对线上渠道的产品多样性影响不大。当

履单中心容量水平较低时,可以采用代发数量和实体店内发货模式履行线上订单,因此,即使履单中心容量水平较低,线上渠道依然可以提供较大规模的产品组合,最低线上产品种类数为 4。而当实体店容量水平变化时,最低线下产品种类数为 0。图 7(a) 给出了相对利润(不同容量水平下的期望利润/100%容量水平期望利润)随容量水平变化而变化的情况。可以看出,相对于履单中心容量变化,实体店容量的变化对期望利润的影响更大,主要是因为实体店容量水平较低的时候,产品发生缺货的概率提高,导致销售损失增加,从而使期望利润降低,而履单中心发生库存短缺时可以通过代发和实体店发货模式履行订单,所以,即使履单中心库存容量很小,依然能够保持较高的利润水平。图 7(b) 显示了线上渠道和线下渠道共有产品比例随着履单中心(实体店)容量水平变动而变化的情况。从图中可以看出,相对于履单中心容量水平,实体店容量水平的增加对共有产品比例影响更大,也就是说,随着实体店容量水平的增加,线下渠道可以扩大产品组合,提高其与线上渠道产品组合的共有产品比例,从而保证在履单中心发生缺货时能够使用实体店库存来满足线上需求,降低销售损失。

(3) 需求波动的灵敏度分析

因考虑不确定需求服从泊松分布,而泊松分布属于单参数分布,均值和方差都随单个参数值的变化而变化。因此,为了分析需求波动对决策结果的影响,考虑每个消费者群的需求服从均值为  $\mu'_{ik}$ , 标准差为  $\sigma'_{ik}$  的正态分布,并且其他参数的分布保持不变。将均值固定为  $\mu'_{ik} = \lambda'_{ik}$ , 通过改变  $\sigma'_{ik}$  的值,使得变异系数  $\sigma'_{ik}/\lambda'_{ik}$  分别取值为 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3 ( $\sigma'_{ik}/\lambda'_{ik} < 1/3$ , 确保正态分布下负需求值出现的概率可忽略不计)。图 8 显示了变异系数对相对利润(不同变异系数下的期望利润/变异系数为 0.05 时的期望利润)与产品种类数的影响。图 8(a) 表明相对利润随变异系数增加而变化的情况。图 8(b) 显示了产品种类数随着变异系数增加而变化的情况。需求波动加剧了成本的不确定性,因此,

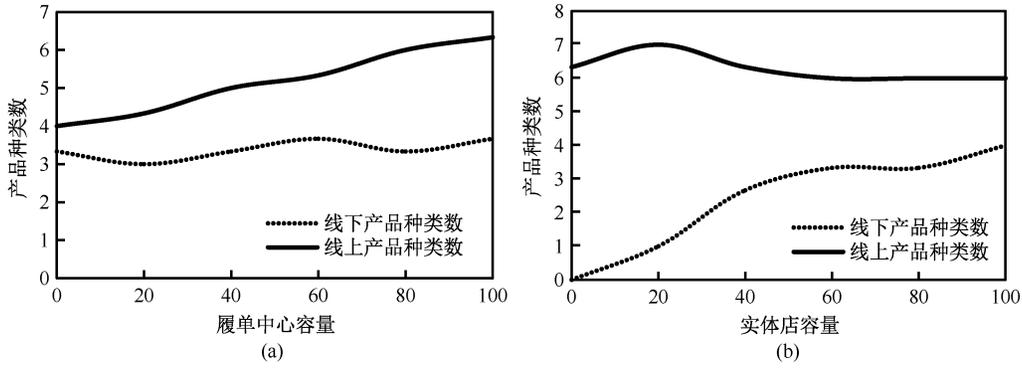


图6 容量水平变化对产品种类数的影响  
Figure 6 Impacts of the capacity on product variety

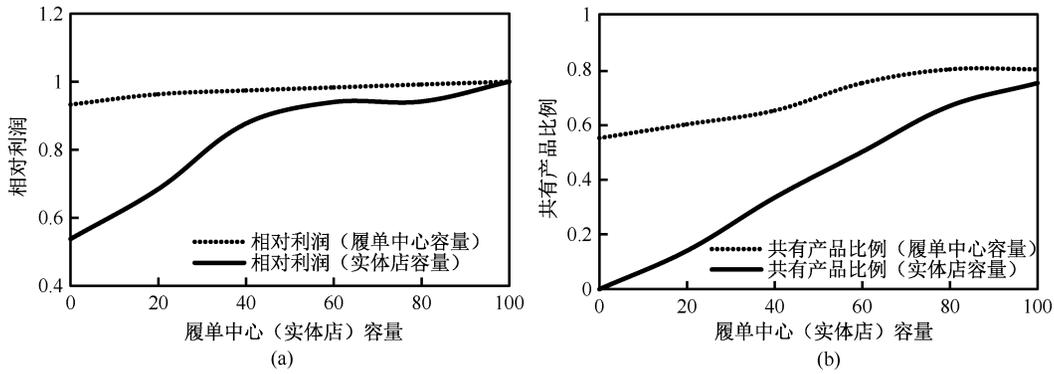


图7 容量水平变化对相对利润和共有产品比例的影响  
Figure 7 Impacts of capacity on relative profit and commonality

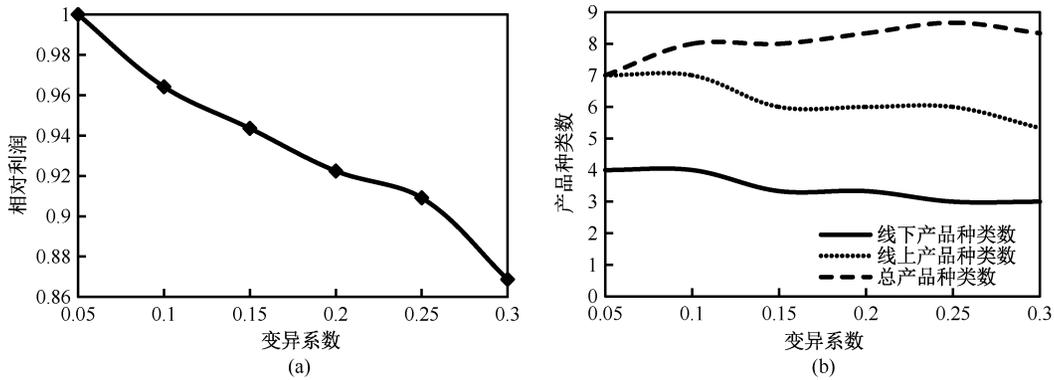


图8 需求波动对相对利润和产品种类数的影响  
Figure 8 Relative profit and product variety as a function of coefficient of variation

相对利润随变异系数的增加明显下降。在需求不确定性影响下,线下渠道往往存储具有较高利润率的产品,而较低利润率的产品往往转移到线上渠道。另外,随着需求不确定性的增加,两种渠道提供的产品种类数都随着需求变异系数的增加而减少。然而,两个渠道提供的总产品种类数并没有减少。尽管在较高的需求不确定下,每个渠道都被迫提供更少的产品种类数,但两种渠道的存在保证了产品的多样性不会降低。

(4) 消费者选择行为分析

为探究消费者的购买行为对零售商产品组合决策的影响,考虑在基本参数  $(K, N_1, N_2) = (5, 5, 5)$  情况下,随机生成三个实例。为易于分析,假设每种产品都具有相同的成

本、价格和尺寸大小。分别在三种不同的实例下研究以下三个不同情境,探究消费者考虑集对最终决策结果的影响:

情境 1:考虑集完全重叠,即  $C_k = N, \forall k \in K$ ;

情境 2:考虑集部分重叠,即  $C_k = N \setminus \{k, k + |N_1|\}$ ;

情境 3:考虑集完全不重叠,即  $C_k = \{k, k + |N_1|\}$ 。

在完全重叠的情境下,任意两个消费者群的考虑集都是相同的;然而在完全不重叠的情境下,任意两个消费者群的考虑集中没有相同的元素;而部分重叠的情境介于上述两种情境之间。不同消费者群的考虑集对决策结果的影响可以从图 9 中得出,其中  $I1 - I5 (J1 - J5)$  对应线下(线上)渠道的备选产品。图中标灰的部分表示相应的产品在零售商提供的产品组合中。产品被选率  $\kappa$  表示零售商提供的产品组合  $S$

中包含的产品种类数与整个候选集  $N$  中的产品种类数的比率。 $\kappa$  越大表明零售商提供的产品组合中产品种类数越多。从图中可以看出,在本节随机生成的三个实例中,考虑集完全重叠情境下的  $\kappa$  是最小的,而在完全不重叠情境下的  $\kappa$  是最大的。这是因为,在 MNL 选择模型下,提高产品被选率增加了消费者寻找到最满足其需求产品的机会,并且降低了不

购买的概率。与此同时,更加繁多的产品种类会增加产品之间的蚕食效应。在考虑集完全重叠的情境下,在非空的产品组合中添加一种产品会增加不同产品之间的蚕食。另一方面,在考虑集完全不重叠的情境下,除非产品  $i + |N_1|$  已经在产品组合  $S$  中,否则,在产品组合中添加一种产品  $i \in N_1$  并不会导致自相蚕食。

产品被选率	实例1			实例2			实例3		
	0.6	0.7	0.8	0.5	0.6	0.8	0.4	0.5	0.6
期望利润	$5.336 \times 10^5$	$4.831 \times 10^5$	$4.803 \times 10^5$	$4.906 \times 10^5$	$4.879 \times 10^5$	$4.831 \times 10^5$	$5.025 \times 10^5$	$4.721 \times 10^5$	$4.692 \times 10^5$
I1									
I2									
I3									
I4									
I5									
J1									
J2									
J3									
J4									
J5									
	情境1	情境2	情境3	情境1	情境2	情境3	情境1	情境2	情境3

图9 消费者考虑集对产品组合决策的影响

Figure 9 Effects of customers' consideration sets on assortment

(5) 订单履行模式分析

为探究不同订单履行模式对模型求解结果的影响,将仅采用履单中心配送(简称为“FC 模式”)、仅采用 SFS 模式以及仅采用代发模式(简称为“DS 模式”)与混合订单履行策略(简称为“IF 策略”)进行对比。分别依据式  $ca_i = \overline{ca}_i * \theta_{FC}$ 、 $cn_i = \overline{cn}_i * \theta_{SFS}$ 、 $cm_i = \overline{cm}_i * \theta_{DS}$  改变履单中心履行线上订单、SFS 履行线上订单、代发模式履行线上订单的单位成本,其中,  $\overline{ca}_i$ 、 $\overline{cn}_i$  和  $\overline{cm}_i$  根据表 1 随机生成,  $\theta_{FC}$ 、 $\theta_{SFS}$ 、 $\theta_{DS}$  以 0.1 为步长,在  $[0.7, 1.3]$  范围内变化,每次仅变化  $\theta_{FC}$ 、 $\theta_{SFS}$ 、 $\theta_{DS}$  其中的一个参数,其余参数固定为 1,为便于分析,松弛了实体店和履单中心的容量水平约束。得到的结果如表 7 所示。从表中可以看出,对比 IF 策略与仅采用单一订单履行模式,随着单位订单履行成本增加(即  $\theta_{FC}$ 、 $\theta_{SFS}$  以及  $\theta_{DS}$  增加),这两种履单方式下的期望利润都有所降低,总订单履行成本提高。无论单位订单履行成本如何变化,采用 IF 策略得到的期望利润要高于采用单一履单模式得到的期望利润。在  $\theta_{FC}$  变化下,IF 策略下的总订单履行成本要高于仅 FC 模式下的总订单履行成本,但期望利润却高于仅采用 FC 模式下的期望利润。在 IF 策略下,零售商可以通过 SFS 模式处理实体店剩余的库存,另外,采用代发模式可以使零售商降低规划期初的订货量,减少产品在配送中心的储存成本。因此,相较于仅采用 FC 模式,虽然 IF 策略下的总订单履行成本较高,但实体店的剩余库存以及产品储存成本都会低于仅 FC 模式下的实体店剩余库存以及产品储存成本,从而使 IF 策略下的整体期望利润高于仅采用 FC 模式下的期望利润。然而,在  $\theta_{SFS}$  变化下,IF 策略下的总订单履行成本要低于仅采用 SFS 模式下的总订单履行成本,因为在 IF 策略下,当  $\theta_{SFS}$  增加时,零售商可以减少 SFS 模式的使用,同时增加其他方式的使用,因此,相较于仅采用 SFS 模式,IF 策略

下的订单履行方式更加灵活,从而使 IF 策略下的总订单履行成本低于仅采用 SFS 模式下的总订单履行成本。同理,在  $\theta_{DS}$  变化下,混合订单履行策略下的总订单履行成本要低于仅采用代发模式下的总订单履行成本。

此外,在  $\theta_{FC}$  变化下,IF 策略与仅采用 FC 模式下的产品组合相同,且不会随着  $\theta_{FC}$  变化而变化。这是因为,履单中心配送是线上订单履行的主要方式,因此,在履单中心配送的单位履单成本变化下,IF 策略与仅采用 FC 模式下的产品组合都不会发生变化。在  $\theta_{SFS}$  变化下,虽然 IF 策略与仅采用 SFS 模式下的产品组合不会发生变化,但相较于 IF 策略,仅采用 SFS 模式下的线下渠道的产品组合规模增加,线上渠道的产品组合规模减小,两个渠道的共有产品种类数增加。这说明相较于仅采用 SFS 模式履行线上订单,IF 策略更具灵活性,零售商不需要在线下渠道运营种类繁多的产品,即可满足消费者的多样化的线上需求,减少了实体店的空间占用以及节省了大量的运营资金。在  $\theta_{DS}$  变化下,IF 策略下的产品组合不会发生变化,但当  $\theta_{DS}$  较大时(即  $\theta_{DS} = 1.3$ ),仅采用 DS 模式下的产品组合发生变化,线上渠道的产品组合规模有所降低,对比 IF 策略与仅采用 DS 模式下的产品组合可以发现,仅采用 DS 模式下的线下渠道产品组合选择了运营成本更低的产品 5,而没有选择运营成本较高的产品 6。这说明相较于仅采用 DS 模式,IF 策略下的产品组合更具稳健性。在仅采用 DS 模式下,较高的代发单位履单成本限制了线上渠道产品组合的规模,而在 IF 策略下,当代发货单位履单成本较高时,零售商会减少该模式的使用,增加其他方式的使用,因此,IF 策略下的产品组合不会受到影响。

图 10 进一步分析了单位订单履行成本变化对混合订单履行策略下的决策结果的影响,图中三条线分别表示在  $\theta_{FC}$ 、 $\theta_{SFS}$  以及  $\theta_{DS}$  变化下总订单履行成本和期望利润的变化情

表7 混合订单履行策略与单一订单履行模式对比  
Table 7 The comparison of integrated order fulfillment and single order fulfillment

$\theta_{FC}$	混合订单履行策略			仅采用履单中心配送		
	期望利润	总订单履行成本	产品组合	期望利润	总订单履行成本	产品组合
0.7	518530	8643	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}	511770	7488	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}
0.8	516870	9843	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}	510700	8558	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}
0.9	516530	10691	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}	509620	9628	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}
IF vs. FC	1.0	515530	11715	508550	10697	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}
	1.1	514530	12738	507480	11767	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}
	1.2	513530	13753	506420	12837	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}
	1.3	512530	14763	505350	13906	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}

$\theta_{SFS}$	混合订单履行策略			仅采用SFS模式		
	期望利润	总订单履行成本	产品组合	期望利润	总订单履行成本	产品组合
0.7	515770	11526	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}	498020	13553	{1,3,5,6,7,9,13,15,16,17,19}
0.8	515690	11591	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}	496080	15489	{1,3,5,6,7,9,13,15,16,17,19}
0.9	515610	11660	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}	494150	17425	{1,3,5,6,7,9,13,15,16,17,19}
IF vs. SFS	1.0	515530	11715	492210	19362	{1,3,5,6,7,9,13,15,16,17,19}
	1.1	515450	11772	490280	21298	{1,3,5,6,7,9,13,15,16,17,19}
	1.2	515370	11834	488340	23234	{1,3,5,6,7,9,13,15,16,17,19}
	1.3	515300	11878	486410	25170	{1,3,5,6,7,9,13,15,16,17,19}

$\theta_{DS}$	混合订单履行策略			仅采用代发货模式		
	期望利润	总订单履行成本	产品组合	期望利润	总订单履行成本	产品组合
0.7	515800	11499	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}	481750	22464	{1,3,5,11,13,15,16,17,19}
0.8	515700	11567	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}	478650	24022	{1,3,5,11,13,15,16,17,19}
0.9	515620	11650	{1,3,6,11,13,15,16,17,19}	475650	27025	{1,3,5,11,13,15,16,17,19}
IF vs. DS	1.0	515530	11715	472650	30027	{1,3,5,11,13,15,16,17,19}
	1.1	515440	11778	469640	33030	{1,3,5,11,13,15,16,17,19}
	1.2	515350	11838	466664	36033	{1,3,5,11,13,15,16,17,19}
	1.3	514700	12090	463660	37755	{1,3,5,13,15,16,17,19}

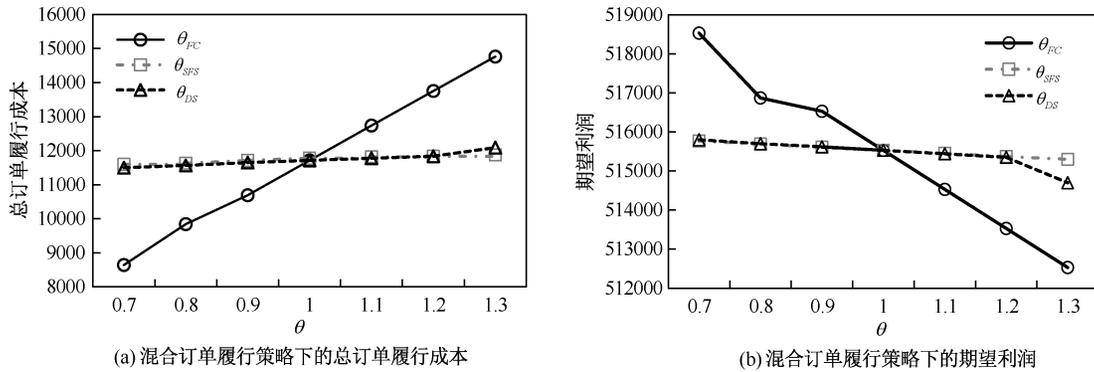


图10 单位订单履行成本变化对相应决策的影响  
Figure 10 Effects of unit fulfillment costs on decision results

况。由图可知,虽然随着单位订单履行成本增加(即 $\theta_{FC}$ 、 $\theta_{SFS}$ 以及 $\theta_{DS}$ 增加),混合订单履行策略下的总订单履行成本提高,期望利润降低,但通过对比发现,相比于 $\theta_{SFS}$ 和 $\theta_{DS}$ 增加, $\theta_{FC}$ 变化对总订单履行成本和期望利润的影响更加明显。

4 结论与展望

本文在全渠道零售背景下,研究具有风险规避行为的零售商多周期产品组合与库存联合决策问题,将MNL选择模型、均值-CVaR风险度量方法、蒙特卡洛样本近似方法进行有机结合,建立考虑服务水平约束的多周期两阶段随机优化模型并提出相应的求解方法。研究结果表明,基于本研究所提出的随机优化模型,能够在有效应对需求不确定风险的同时,保证零售系统具有较高的服务水平;且相比于风险中性

模型与CVaR模型,均值-CVaR模型能够更好地权衡利润与风险,并且使利润表现出更好的鲁棒性,因此,在现实全渠道零售运营过程中为决策者提供更为可靠的决策支持。针对零售商线下实体店容量约束以及履单中心容量约束,零售商的相关决策结果会随着这些约束的改变而变化;尽管在更高的需求不确定性下,每个渠道被迫提供更少的产品种类数,但两种渠道的存在保证了产品的多样性不会降低;另外,通过探究消费者的选择行为发现,当消费者群的考虑集完全不重叠时产品被选率是最高的;无论单位订单履行成本如何变化,采用混合订单履行策略要优于采用单一订单履行策略,在混合订单履行策略下,零售商选择的产品组合不受单位订单履行成本变化的影响,而且可以提供更多样化的产品,产品组合决策具有一定的稳定性和灵活性;此外,相比于其他

订单履行模式,履单中心配送模式的单位订单履行成本对决策结果的影响更加明显,因此零售商应该通过相应技术手段改善履单中心配送模式的单位订单履行成本,以提高自身的盈利能力。

后续研究将进一步考虑消费者的选择行为,例如,在外生需求模型下考虑消费者的替代行为;另外,本研究可以进一步拓展全渠道线上订单履行模式,将横向转运作为一种线上订单履行的有效方式;未来研究可以进一步考虑决策者的其他行为偏好,例如后悔规避等;此外,考虑消费者需求受到空间弹性效应影响,并进一步进行产品组合与货架空间集成优化研究。

### 参 考 文 献

- [1] 董永春. 新零售:线上+线下+物流[M]. 北京:清华大学出版社, 2018.  
Dong Y C. New retailing: Online + offline + logistics [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2018.
- [2] Shao X F. Online and offline assortment strategy for vertically differentiated products [J]. *IIE Transactions*, 2020, 52(6): 617-637.
- [3] Geunes J, Su Y Q. Single-period assortment and stock-level decisions for dual sales channels with capacity limits and uncertain demand [J]. *International Journal of Production Research*, 2020, 58(18): 5579-5600.
- [4] Li G, Zhang T, Tayi G K. Inroad into omni-channel retailing: Physical showroom deployment of an online retailer [J]. *European Journal of Operational Research*, 2020, 283(2): 676-691.
- [5] 郎骁, 邵晓峰. 消费者导向类型与电商全渠道决策研究 [J]. *中国管理科学*, 2020, 28(9): 164-175.  
Lang X, Shao X F. Study on customer-oriented types and E-tailer's omnichannel decision [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2020, 28(9): 164-175.
- [6] Hariga M A, Al-Ahmari A, Mohamed A. A joint optimisation model for inventory replenishment, product assortment, shelf space and display area allocation decisions [J]. *European Journal of Operational Research*, 2007, 181(1): 239-251.
- [7] Maddah B, Bish K E. Joint pricing, assortment, and inventory decisions for a retailer's product line [J]. *Naval Research Logistics*, 2010, 54(3): 315-330.
- [8] Kök A G, Fisher M L. Demand estimation and assortment optimization under substitution: Methodology and application [J]. *Operations Research*, 2007, 55(6): 1001-1021.
- [9] He Y, Xu Q, Shao Z. "Ship-from-store" strategy in platform retailing [J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2021, 145: 1-17.
- [10] Difrancesco R, Schilt I V, Winkenbach M. Optimal in-store fulfillment policies for online orders in an omni-channel retail environment [J]. *European Journal of Operational Research*, 2021, 239: 1058-1076.
- [11] Cheong T, Goh M, Song S H. Effect of inventory information discrepancy in a drop-shipping supply chain [J]. *Decision Sciences*, 2015, 46(1): 193-213.
- [12] Randall T R, Netessine S, Rudi N. An empirical examination of the decision to invest in fulfillment capabilities: A study of internet retailers [J]. *Management Science*, 2006, 52(4): 567-580.
- [13] Ma S, Jemai Z. Inventory rationing for the News-Vendor problem with a drop-shipping option [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2019, 71: 438-451.
- [14] Al-Lawati R, Crespo-Vazquez J L, Faiz T I, et al. Two-stage stochastic optimization frameworks to aid in decision-making under uncertainty for variable resource generators participating in a sequential energy market [J]. *Applied Energy*, 2021, 292: 1-15.
- [15] Nezamoddini N, Gholami A, Aqlan F. A risk-based optimization framework for integrated supply chains using genetic algorithm and artificial neural networks [J]. *International Journal of Production Economics*, 2020, 225: 1-12.
- [16] 邱若臻, 刘健, 于悦, 等. 不确定环境下考虑风险厌恶的生产-分销网络优化模型及试验设计 [J]. *中国管理科学*, 2019, 27(7): 56-67.  
Qiu R Z, Liu J, Yu Y, et al. Production-distribution network optimization model and experimental design considering risk aversion under uncertainty [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2019, 27(7): 56-67.
- [17] Ma L, Liu Y, Liu Y. Distributionally robust design for bicycle-sharing closed-loop supply chain network under risk-averse criterion [J]. *Journal of Cleaner Production*, 2019, 246: 118967.
- [18] Su X. Bounded rationality in newsvendor models [J]. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2008, 10(4): 566-589.
- [19] Chen Y, Su X, Zhao X. Modeling bounded rationality in capacity allocation games with the quantal response equilibrium [J]. *Management Science*, 2012, 58(10): 1952-1962.
- [20] Ayanso A, Diaby M, Nair S K. Inventory rationing via drop-shipping in Internet retailing: A sensitivity analysis [J]. *European Journal of Operational Research*, 2006, 171(1): 135-152.
- [21] Ryzin G, Mahajan S. On the relationship between inventory costs and variety benefits in retail assortments [J]. *Management Science*, 1999, 45(11): 1496-1509.
- [22] Topaloglu H. Joint stocking and product offer decisions under the multinomial logit model [J]. *Production & Operations Management*, 2013, 22(5): 1182-1199.
- [23] Liu Q, Ryzin G. On the choice-based linear programming model for network revenue management [J]. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2008, 10(2): 288-310.
- [24] Bront J J M, Méndez-Díaz I, Vulcano G. A column generation algorithm for choice-based network revenue management [J]. *Operations Research*, 2009, 57(3): 769-784.
- [25] Leake C. Discrete choice theory of product differentiation [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 1995, 46(4): 543-543.
- [26] Rockafellar R, Bryasev S. Conditional value-at-risk for general loss distributions [J]. *Journal of Banking & Finance*, 2002, 26(7): 1443-1471.
- [27] Wu T H. A note on a global approach for general 0-1 fractional programming [J]. *European Journal of Operational Research*, 1997, 101(1): 220-223.

## Multi-period assortment and inventory stochastic optimization for risk-averse omnichannel retailers

MOU Yuxia, GUAN Zhimin\*, ZHAO Ying, QIU Ruozhen

(School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110169, China)

**Abstract:** As technologies evolve and consumers' preferences change, more and more retailers are adopting omnichannel retailing systems to attract consumers and improve their profitability. Omnichannel retailing unlocks numerous opportunities for a retailer to leverage its brick-and-mortar store network to support its online sales. However, retailers are still confronted with challenges and constraints. An omnichannel retailer faces a set of complex decisions that affects its profitability and competitiveness. The assortment decision is one of the most important decisions. The assortment decision will determine which items will offer to consumers through brick-and-mortar stores, online channels or via both channels. Research shows that a larger assortment of items offered in retailers' online channels with no shelf space restrictions will help to increase sales. Furthermore, the products offered in the online channel will affect the demand of both online and offline channels. Besides the assortment decision, retailers have to determine how much inventory to stock for each product. The limited space will impact the inventory decisions. Meanwhile, retailers are facing uncertain demands. Hence, how to make joint decisions on assortment and inventory given this situation so as to minimize the retailer's profit uncertainty is essential for risk-averse omnichannel retailers. In addition, the omnichannel retailers require to develop new cost-efficient logistics business models to integrate different channels seamlessly when moving to omnichannel operations. Therefore, choosing appropriate order fulfillment strategies and deploying an efficient omnichannel distribution network have become important issues for omnichannel retailers that require urgent solutions.

Conditional value-at-risk (CVaR) is used to measure the retailer's profit uncertainty. The mean-CVaR is applied to make trade-offs between profit and risk. Because the set of products offered influences each product's demand via both online and offline channels, the multinomial logit (MNL) model is adopted for this research to describe the selection processes of consumers in a realistic manner. A multi-period stochastic optimization model for determining assortment and inventory is proposed under uncertain demand and capacity limits with a service level constraint. The objective of the proposed model is to maximize the retailer's profit while decreasing the risk of uncertainty. The key events in the multi-period can be characterized as occurring before the selling season, during the selling season, and after the selling season. Before the selling season, the omnichannel retailer chooses offer sets for brick-and-mortar stores and the online channel, and orders products from the supplier. During the selling season, the distribution center (DC) will replenish the inventory in brick-and-mortar stores and the fulfillment center. And the online orders are fulfilled via an "integrated fulfillment" strategy. After the selling season, the residual inventory is disposed of and a salvage value is obtained. Since considering stochastic demand, the Monte Carlo method is used to simulate different demand scenarios. In this study, the MNL model and the chance constraints result in a nonlinear model. In order to solve the nonlinear model, this paper applies linearization techniques to transform the nonlinear model into an equivalent solvable mixed integer linear programming model. Through numerical studies, the applicability of the proposed model is investigated and some important managerial insights are obtained.

The results demonstrate that the mean-CVaR model efficiently prevents fluctuations in the expected profit in the supply chain and hedges against uncertainties to avoid high-risk solutions. Although the expected profit under the mean-CVaR model is slightly lower than that of the risk-neutral model, the standard deviation of the profit is significantly reduced. Therefore, the mean-CVaR model has the ability to make trade-offs between optimality and robustness. In this study, the sensitivity analyses show that the product variety increases when capacities increase in the stores and the fulfillment center, and it grows more quickly as the capacity level of brick-and-mortar stores increasing. The expected profit decreases as the demand variance increases. Although both the variety of products stocked in online and offline channels decrease as demand uncertainty increases, the total variety of products offered in both channels does not decrease. This finding implies that the existence of two channels can ensure that the variety of products does not decrease. By exploring

consumer choice behavior, it is found that the product selection rate is the highest when the consumers' consideration sets are completely non-overlapping. Concurrently, a wider assortment increases the cannibalization effect. Regardless of the changes in the unit order fulfillment cost, the integrated fulfillment strategy is better than a single order fulfillment. Under the integrated fulfillment strategy, the assortment decision is not affected by the unit order fulfillment cost and can provide a greater variety of products; further, the assortment decision exhibits a certain degree of stability and flexibility.

**Key words:** Omnichannel retailing; MNL model; Assortment; Order fulfillment; Stochastic optimization

---

**Received Date:** 2021-07-18

**Funded Project:** Supported by the National Science Foundation of China (70972100,71372186).

\* Corresponding author